

① (a) $\sigma(T)$ ist die Menge aller $\lambda \in \mathbb{C}$ mit $\lambda \in \sigma(T)$

$\sigma(T)$: für $T \in \mathcal{L}(V)$ ist $\lambda \in \sigma(T)$ genau dann, wenn $(T - \lambda I)$ nicht invertierbar ist. [Invertierbarkeit $\Rightarrow T - \lambda I \in \text{GL}(V)$]

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = (-\lambda)^3 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 0$$

also: $\sigma(T) = \{0\} \Rightarrow \underline{\underline{\sigma(T) = 0}}$

$I + T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\sigma(I+T) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 & 0 \\ 0 & 1-\lambda & 1 \\ 0 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)^3 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 1$

$\Rightarrow \sigma(I+T) = \{1\}$

(2) es ist zu zeigen: $(I+T)^{-1} = I - T$

~~$(I+T)(I-T) = I - T^2 = I$~~

~~$(I-T)(I+T) = I - T^2 = I$~~

~~man kann auch zeigen: $(I+T)^{-1} = I - T$~~

alternativ: $(I+T)^{-1} = I - T$

~~$(I+T)^{-1} = I - T$~~

$(mI - T)x = 0$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} m & -1 & 0 \\ 0 & m & -1 \\ 0 & 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x_3 = \frac{1}{m-1}$

$(mI - (I+T))^{-1}$

$\begin{pmatrix} m-1 & -1 & 0 \\ 0 & m-1 & -1 \\ 0 & 0 & m-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x_3 = \frac{x_3}{m-1}$

$x_2 = \frac{x_2}{m-1} + \frac{x_3}{(m-1)^2}$

$x_1 = \frac{x_1}{m-1} + \frac{x_2}{(m-1)^2} + \frac{x_3}{(m-1)^3}$

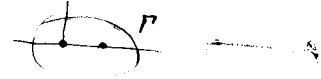
$(mI - (I+T))^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{m-1} & \frac{1}{(m-1)^2} & \frac{1}{m(m-1)^3} \\ 0 & \frac{1}{m-1} & \frac{1}{m(m-1)^2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{m-1} \end{pmatrix}$

W: $\sigma(T) = \{0\}$

Berechne nun die Definitiv:

$$\sin(I+T) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \sin w \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{w-1} & \frac{1}{(w-1)^2} & \frac{1}{(w-1)^3} \\ 0 & \frac{1}{w-1} & \frac{1}{(w-1)^2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{w-1} \end{pmatrix} dw =$$

gilt also die Definitiv: $0,1 \in \mathbb{C}$, falls:



für die Definitiv: $0,1 \in \mathbb{C}$, falls: \Rightarrow die Definitiv: $0,1 \in \mathbb{C}$, falls: \Rightarrow die Definitiv: $0,1 \in \mathbb{C}$, falls:

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\sin w}{w-1} dw & \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\sin w}{(w-1)^2} dw & \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\sin w}{(w-1)^3} dw \\ 0 & \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\sin w}{w-1} dw & \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\sin w}{(w-1)^2} dw \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\sin w}{w-1} dw \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sin 1 & \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \sin w \left(\frac{1}{w-1} \right) dw & \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \sin w \left(\frac{1}{w-1} + \frac{1}{(w-1)^2} \right) dw \\ 0 & \sin 1 & \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \sin w \left(\frac{1}{w-1} + \frac{1}{(w-1)^2} \right) dw \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \sin w \left(\frac{1}{w-1} + \frac{1}{(w-1)^2} \right) dw \end{pmatrix}$$

$$1 = A(w-1)^2 + B(w-1) + Cw \quad \begin{matrix} 0: A=1 \\ 1: C=1 \\ 0: B=1 \end{matrix} \quad 1 = A(w-1) + Bw \quad \begin{matrix} A=-1 \\ B=1 \end{matrix}$$

±

$$= \begin{pmatrix} \sin 1 & \cos 1 & \frac{1}{2} \sin 1 \\ 0 & \sin 1 & \cos 1 \\ 0 & 0 & \sin 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Contour: Γ ist die Definitiv: $0,1 \in \mathbb{C}$, falls: \Rightarrow die Definitiv: $0,1 \in \mathbb{C}$, falls: \Rightarrow die Definitiv: $0,1 \in \mathbb{C}$, falls:

$$\begin{cases} \sin \lambda = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\sin w}{w-\lambda} dw \\ \cos \lambda = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\cos w}{w-\lambda} dw \\ -\sin \lambda = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\sin w}{w-\lambda} dw \end{cases} \quad \rightarrow \sin \lambda = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\sin w}{w-\lambda} dw$$

(a) $X^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta \right) \dots$ wobei bekannt: für $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^d)$:

$$(X^2 \Delta \delta)(\varphi) = (\Delta \delta)(X^2 \varphi) \stackrel{(-1)^2=1}{=} \delta(\Delta(X^2 \varphi)) \stackrel{+0.75}{=} \dots$$

$$= \delta(\Delta(X^2 \varphi)) =$$

$$\downarrow \text{MECHANIS. ZURÜCK IN ALGEBRA}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (X^2 \varphi) =$$

$\forall \varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$:

DOSSIER
QU. 10. 11. 12.

$$(b) (f \cdot n)'(\varphi) = - (f \cdot n)(\varphi') = - n(f \cdot \varphi'),$$

$$(f' \cdot n)(\varphi) = n(f' \cdot \varphi),$$

$$(f \cdot n)'(\varphi) = n'(f \cdot \varphi) = - n((f \cdot \varphi)') = - n(f' \cdot \varphi + f \cdot \varphi') =$$

$$= - n(f' \cdot \varphi) - n(f \cdot \varphi'),$$

also

$$\Rightarrow (f \cdot n)'(\varphi) = (f' \cdot n)(\varphi) + (f \cdot n')(\varphi), \quad \forall \varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$$

$$\Rightarrow (f \cdot n)' = f' \cdot n + f \cdot n' \quad \text{2.13}$$

(c)

$$(\widehat{m_f})'(\varphi) \stackrel{f' \in \mathcal{D}'}{=} (m_f)'(\varphi) = \int_{\mathbb{R}} f(x) \varphi'(x) dx =$$

$$= \int_{\mathbb{R}} f(x) e^{-(x-1)^2} \left(\int_{\mathbb{R}} \varphi(x) e^{-x^2} dx \right) dx =$$

FUBINI (4. 12. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 840. 841. 842. 843. 844. 845. 846. 847. 848. 849. 850. 851. 852. 853. 854. 855. 856. 857. 858. 859. 860. 861. 862. 863. 864. 865. 866. 867. 868. 869. 870. 871. 872. 873. 874. 875. 876. 877. 878. 879. 880. 881. 882. 883. 884. 885. 886. 887. 888. 889. 890. 891. 892. 893. 894. 895. 896. 897. 898. 899. 900. 901. 902. 903. 904. 905. 906. 907. 908. 909. 910. 911. 912. 913. 914. 915. 916. 917. 918. 919. 920. 921. 922. 923. 924. 925. 926. 927. 928. 929. 930. 931. 932. 933. 934. 935. 936. 937. 938. 939. 940. 941. 942. 943. 944. 945. 946. 947. 948. 949. 950. 951. 952. 953. 954. 955. 956. 957. 958. 959. 960. 961. 962. 963. 964. 965. 966. 967. 968. 969. 970. 971. 972. 973. 974. 975. 976. 977. 978. 979. 980. 981. 982. 983. 984. 985. 986. 987. 988. 989. 990. 991. 992. 993. 994. 995. 996. 997. 998. 999. 1000. 1001. 1002. 1003. 1004. 1005. 1006. 1007. 1008. 1009. 1010. 1011. 1012. 1013. 1014. 1015. 1016. 1017. 1018. 1019. 1020. 1021. 1022. 1023. 1024. 1025. 1026. 1027. 1028. 1029. 1030. 1031. 1032. 1033. 1034. 1035. 1036. 1037. 1038. 1039. 1040. 1041. 1042. 1043. 1044. 1045. 1046. 1047. 1048. 1049. 1050. 1051. 1052. 1053. 1054. 1055. 1056. 1057. 1058. 1059. 1060. 1061. 1062. 1063. 1064. 1065. 1066. 1067. 1068. 1069. 1070. 1071. 1072. 1073. 1074. 1075. 1076. 1077. 1078. 1079. 1080. 1081. 1082. 1083. 1084. 1085. 1086. 1087. 1088. 1089. 1090. 1091. 1092. 1093. 1094. 1095. 1096. 1097. 1098. 1099. 1100. 1101. 1102. 1103. 1104. 1105. 1106. 1107. 1108. 1109. 1110. 1111. 1112. 1113. 1114. 1115. 1116. 1117. 1118. 1119. 1120. 1121. 1122. 1123. 1124. 1125. 1126. 1127. 1128. 1129. 1130. 1131. 1132. 1133. 1134. 1135. 1136. 1137. 1138. 1139. 1140. 1141. 1142. 1143. 1144. 1145. 1146. 1147. 1148. 1149. 1150. 1151. 1152. 1153. 1154. 1155. 1156. 1157. 1158. 1159. 1160. 1161. 1162. 1163. 1164. 1165. 1166. 1167. 1168. 1169. 1170. 1171. 1172. 1173. 1174. 1175. 1176. 1177. 1178. 1179. 1180. 1181. 1182. 1183. 1184. 1185. 1186. 1187. 1188. 1189. 1190. 1191. 1192. 1193. 1194. 1195. 1196. 1197. 1198. 1199. 1200. 1201. 1202. 1203. 1204. 1205. 1206. 1207. 1208. 1209. 1210. 1211. 1212. 1213. 1214. 1215. 1216. 1217. 1218. 1219. 1220. 1221. 1222. 1223. 1224. 1225. 1226. 1227. 1228. 1229. 1230. 1231. 1232. 1233. 1234. 1235. 1236. 1237. 1238. 1239. 1240. 1241. 1242. 1243. 1244. 1245. 1246. 1247. 1248. 1249. 1250. 1251. 1252. 1253. 1254. 1255. 1256. 1257. 1258. 1259. 1260. 1261. 1262. 1263. 1264. 1265. 1266. 1267. 1268. 1269. 1270. 1271. 1272. 1273. 1274. 1275. 1276. 1277. 1278. 1279. 1280. 1281. 1282. 1283. 1284. 1285. 1286. 1287. 1288. 1289. 1290. 1291. 1292. 1293. 1294. 1295. 1296. 1297. 1298. 1299. 1300. 1301. 1302. 1303. 1304. 1305. 1306. 1307. 1308. 1309. 1310. 1311. 1312. 1313. 1314. 1315. 1316. 1317. 1318. 1319. 1320. 1321. 1322. 1323. 1324. 1325. 1326. 1327. 1328. 1329. 1330. 1331. 1332. 1333. 1334. 1335. 1336. 1337. 1338. 1339. 1340. 1341. 1342. 1343. 1344. 1345. 1346. 1347. 1348. 1349. 1350. 1351. 1352. 1353. 1354. 1355. 1356. 1357. 1358. 1359. 1360. 1361. 1362. 1363. 1364. 1365. 1366. 1367. 1368. 1369. 1370. 1371. 1372. 1373. 1374. 1375. 1376. 1377. 1378. 1379. 1380. 1381. 1382. 1383. 1384. 1385. 1386. 1387. 1388. 1389. 1390. 1391. 1392. 1393. 1394. 1395. 1396. 1397. 1398. 1399. 1400. 1401. 1402. 1403. 1404. 1405. 1406. 1407. 1408. 1409. 1410. 1411. 1412. 1413. 1414. 1415. 1416. 1417. 1418. 1419. 1420. 1421. 1422. 1423. 1424. 1425. 1426. 1427. 1428. 1429. 1430. 1431. 1432. 1433. 1434. 1435. 1436. 1437. 1438. 1439. 1440. 1441. 1442. 1443. 1444. 1445. 1446. 1447. 1448. 1449. 1450. 1451. 1452. 1453. 1454. 1455. 1456. 1457. 1458. 1459. 1460. 1461. 1462. 1463. 1464. 1465. 1466. 1467. 1468. 1469. 1470. 1471. 1472. 1473. 1474. 1475. 1476. 1477. 1478. 1479. 1480. 1481. 1482. 1483. 1484. 1485. 1486. 1487. 1488. 1489. 1490. 1491. 1492. 1493. 1494. 1495. 1496. 1497. 1498. 1499. 1500. 1501. 1502. 1503. 1504. 1505. 1506. 1507. 1508. 1509. 1510. 1511. 1512. 1513. 1514. 1515. 1516. 1517. 1518. 1519. 1520. 1521. 1522. 1523. 1524. 1525. 1526. 1527. 1528. 1529. 1530. 1531. 1532. 1533. 1534. 1535. 1536. 1537. 1538. 1539. 1540. 1541. 1542. 1543. 1544. 1545. 1546. 1547. 1548. 1549. 1550. 1551. 1552. 1553. 1554. 1555. 1556. 1557. 1558. 1559. 1560. 1561. 1562. 1563. 1564. 1565. 1566. 1567. 1568. 1569. 1570. 1571. 1572. 1573. 1574. 1575. 1576. 1577. 1578. 1579. 1580. 1581. 1582. 1583. 1584. 1585. 1586. 1587. 1588. 1589. 1590. 1591. 1592. 1593. 1594. 1595. 1596. 1597. 1598. 1599. 1600. 1601. 1602. 1603. 1604. 1605. 1606. 1607. 1608. 1609. 1610. 1611. 1612. 1613. 1614. 1615. 1616. 1617. 1618. 1619. 1620. 1621. 1622. 1623. 1624. 1625. 1626. 1627. 1628. 1629. 1630. 1631. 1632. 1633. 1634. 1635. 1636. 1637. 1638. 1639. 1640. 1641. 1642. 1643. 1644. 1645. 1646. 1647. 1648. 1649. 1650. 1651. 1652. 1653. 1654. 1655. 1656. 1657. 1658. 1659. 1660. 1661. 1662. 1663. 1664. 1665. 1666. 1667. 1668. 1669. 1670. 1671. 1672. 1673. 1674. 1675. 1676. 1677. 1678. 1679. 1680. 1681. 1682. 1683. 1684. 1685. 1686. 1687. 1688. 1689. 1690. 1691. 1692. 1693. 1694. 1695. 1696. 1697. 1698. 1699. 1700. 1701. 1702. 1703. 1704. 1705. 1706. 1707. 1708. 1709. 1710. 1711. 1712. 1713. 1714. 1715. 1716. 1717. 1718. 1719. 1720. 1721. 1722. 1723. 1724. 1725. 1726. 1727. 1728. 1729. 1730. 1731. 1732. 1733. 1734. 1735. 1736. 1737. 1738. 1739. 1740. 1741. 1742. 1743. 1744. 1745. 1746. 1747. 1748. 1749. 1750. 1751. 1752. 1753. 1754. 1755. 1756. 1757. 1758. 1759. 1760. 1761. 1762. 1763. 1764. 1765. 1766. 1767. 1768. 1769. 1770. 1771. 1772. 1773. 1774. 1775. 1776. 1777. 1778. 1779. 1780. 1781. 1782. 1783. 1784. 1785. 1786. 1787. 1788. 1789. 1790. 1791. 1792. 1793. 1794. 1795. 1796. 1797. 1798. 1799. 1800. 1801. 1802. 1803. 1804. 1805. 1806. 1807. 1808. 1809. 1810. 1811. 1812. 1813. 1814. 1815. 1816. 1817. 1818. 1819. 1820. 1821. 1822. 1823. 1824. 1825. 1826. 1827. 1828. 1829. 1830. 1831. 1832. 1833. 1834. 1835. 1836. 1837. 1838. 1839. 1840. 1841. 1842. 1843. 1844. 1845. 1846. 1847. 1848. 1849. 1850. 1851. 1852. 1853. 1854. 1855. 1856. 1857. 1858. 1859. 1860. 1861. 1862. 1863. 1864. 1865. 1866. 1867. 1868. 1869. 1870. 1871. 1872. 1873. 1874. 1875. 1876. 1877. 1878. 1879. 1880. 1881. 1882. 1883. 1884. 1885. 1886. 1887. 1888. 1889. 1890. 1891. 1892. 1893. 1894. 1895. 1896. 1897. 1898. 1899. 1900. 1901. 1902. 1903. 1904. 1905. 1906. 1907. 1908. 1909. 1910. 1911. 1912. 1913. 1914. 1915. 1916. 1917. 1918. 1919. 1920. 1921. 1922. 1923. 1924. 1925. 1926. 1927. 1928. 1929. 1930. 1931. 1932. 1933. 1934. 1935. 1936. 1937. 1938. 1939. 1940. 1941. 1942. 1943. 1944. 1945. 1946. 1947. 1948. 1949. 1950. 1951. 1952. 1953. 1954. 1955. 1956. 1957. 1958. 1959. 1960. 1961. 1962. 1963. 1964. 1965. 1966. 1967. 1968. 1969. 1970. 1971. 1972. 1973. 1974. 1975. 1976. 1977. 1978. 1979. 1980. 1981. 1982. 1983. 1984. 1985. 1986. 1987. 1988. 1989. 1990. 1991. 1992. 1993. 1994. 1995. 1996. 1997. 1998. 1999. 2000. 2001. 2002. 2003. 2004. 2005. 2006. 2007. 2008. 2009. 2010. 2011. 2012. 2013. 2014. 2015. 2016. 2017. 2018. 2019. 2020. 2021. 2022. 2023. 2024. 2025. 2026. 2027. 2028. 2029. 2030. 2031. 2032. 2033. 2034. 2035. 2036. 2037. 2038. 2039. 2040. 2041. 2042. 2043. 2044. 2045. 2046. 2047. 2048. 2049. 2050. 2051. 2052. 2053.

$$= e^{-1} \int_{\mathbb{R}} q(x) \left[\int_0^x e^{-u^2} du e^{(2-u)x} \right]_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^0 \int_0^x e^{-u^2} e^{(2-u)x} du dx \Big] dx =$$

$$= e^{-1} \int_{\mathbb{R}} q(x) \left[\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \right] dx$$

integrál je kladný a dle $(2\pi)^{-1/2}$

zde $x=1, |B|=1$

$$= \int_{\mathbb{R}} q(x) \left(\int_{\mathbb{R}} e^{-(x+1)^2} e^{-x^2} dx \right) dx = \int_{\mathbb{R}} q(x) \left(\int_{\mathbb{R}} e^{-x^2} e^{-x(2+1)} dx \right) dx =$$

$$= \int_{\mathbb{R}} q(x) e^{-x^2} \left(\int_{\mathbb{R}} e^{-x^2} e^{-x(2+1)} dx \right) dx = \int_{\mathbb{R}} q(x) e^{-x^2} \hat{p}(x) dx = m_{2,0}(q)$$

\downarrow
 $p(x) = e^{-x^2}$

\downarrow
 $p(x) = e^{-x^2} \hat{p}(x)$

pořád o správnosti funkce

property: T^* :

$$(Tf, g) = (f, T^*g) = \int_{|z| \leq 1} f(z) \overline{(T^*g)(z)} dA(z)$$

$$= \int_{|z| \leq 1} f(z) \overline{g(z)} dA(z)$$

$$\Rightarrow (T^4 g)(z) = (\bar{z} + z) g(z).$$

normalità: def: $TT^* = T^*T$ (E-s $\|Tf\|_{L^2(\Omega)}^2 = \|T^*f\|_{L^2(\Omega)}^2 \forall f \in L^2(\Omega)$)

$$\begin{aligned} T(T^\dagger f)|_{z_1} &= T(\bar{z}+z)f|_{z_1} = (z+z)(\bar{z}+z)f|_{z_1} \\ T^\dagger(Tf)|_{z_1} &= T^\dagger(z+z)f|_{z_1} = (\bar{z}+z)(z+z)f|_{z_1} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad T \text{ is normal}$$

revised reaction for methyl: $T(1nd+2)f \quad (2)$

(21)

$P = \sqrt{TT^\dagger}$: [je to samoadjungowany operator, jeżeli $\sigma(TT^\dagger) \subseteq [0, \infty)$, zaś je dodatni
a jego odwrócenie je zdefiniowane dla każdego]]

$$\underline{\text{Ans:}} \quad \sigma(TT^*) \subseteq \overline{\{(TT^*)_{1/1}^* ; x \in S_{L^2(I_0)}\}} = \overline{\{4Tx4^2 ; x \in S_{L^2(I_0)}\}} \subseteq [0, \infty)$$

= 30 kV, potencionu scribiți a ~~la~~ P punctului și potencionu mării

spezielle Idee $\sigma(TT^*)$... spez. Ballkern $\sigma(TT^*)$, $\sigma(TT^*) \neq \emptyset$ ~~und $\sigma(TT^*)$ ist ein Ballkern~~
 geben \exists einen ballkernförmigen Ballkern

2. $0 \in \sigma(TT^*)$: finden?
nehmen $g \in L^2(\mathbb{D})$:

$$\Rightarrow \frac{g(x)}{|x|^2 + 2\operatorname{Re} x + 4} \in L^2(\mathbb{D}) \quad \text{für } g \in L^2(\mathbb{D}) \quad ?$$

$$\left| \frac{g(z)}{z^2 + 2(az) + 4} \right| \leq \left| \frac{g(z)}{2} \right| \in L^2(D) \checkmark \Rightarrow \text{inverse mapping} \rightarrow \phi \in \mathcal{H}(D)$$

\Rightarrow $\sqrt{\text{Schwefel}}$ von Jod gelber 77^+ , Schw grünlich Schwefel Schwefel :

$$\bullet (mI - T)^{-1}$$

real $g \in L^2(D)$: ~~$(u - I - TT^*)f = g$~~

$$\Rightarrow w f(z) = (z^2 + 2(z) + 4) f(z) = g(z)$$

$$f(1/2) = \frac{g(1/2)}{n - (1/2)^2 + 2(2e/2) + 4}$$

\Rightarrow die definierte Isometrie erhalten, α die definierte Isometrie $S \mapsto (S, f(1,1))$:

$$\sqrt{1} (TT^*) g(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \sqrt{r} \frac{g(z)}{r - (|z|^2 + 2\operatorname{Re} z + 1)} dr =$$

\downarrow denn $\sigma(1) = \operatorname{Im}(1)$
 \downarrow denn σ ist die Isometrie

$$= g(z) \cdot \sqrt{|z|^2 + 2\operatorname{Re} z + 1}$$

\downarrow
 konstant

$$\Rightarrow P g(z) := g(z) \cdot \sqrt{(z+2)(\bar{z}+2)}$$

Definiere U : g ist in P invertierbar, g ist die Isometrie $U = TP^{-1}$

\hookrightarrow TT^* ist invertierbar (abwärtig ist $0 \notin \sigma(TT^*)$)

$\Rightarrow P$ ist invertierbar
 \downarrow \mathbb{C} ist invertierbar

$$\Rightarrow P^{-1} f(z) = \frac{f(z)}{\sqrt{(z+2)(\bar{z}+2)}}$$

$$[Pg = f \Rightarrow g = \frac{f}{\sqrt{(z+2)(\bar{z}+2)}}]$$

$$\Rightarrow TP^{-1} f(z) = \sqrt{(z+2)} \frac{f(z)}{\sqrt{(z+2)(\bar{z}+2)}} =: U f(z)$$

(7.5)

WISLEDER:

$$\Rightarrow T = UP, \text{ hier } U f(z) := \sqrt{(z+2)} \frac{f(z)}{\sqrt{(z+2)(\bar{z}+2)}} \quad f \in L^2(\mathbb{D})$$

$$P f(z) := f(z) \cdot \sqrt{(z+2)(\bar{z}+2)}$$

\downarrow konstant

PÍSEMKÁ Z FUNKCIONÁLNÍ ANALÝZY 1-VERZE A

1. Uvažujte operátor $T \in \mathcal{L}(\mathbb{C}^3)$ daný maticí

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Najděte spektrální poloměr a spektrum $I + T$.
(b) Najděte $f(I + T)$, kde $f(z) = \sin z$.
2. (a) Spočtěte $x^2 \Delta \delta$ v $\mathcal{D}'(\mathbb{R}^d)$.
(b) Ukažte, že $(fu)' = f'u + fu'$, $f \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$ a $u \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$.
(c) Spočtěte Fourierovu transformaci distribuce $u_f \in \mathcal{S}'(\mathbb{R})$ dané funkcí
 $f(x) = e^{-(x-1)^2}$.
3. Nechť $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$ a T je dán jako

$$Tf(z) = (z + 2)f(z), \quad z \in D.$$

- (a) Uvažujte D s klasickou Lebesgueovou mírou a ukažte, že T je normální operátor na $L^2(D)$.
(b) Najděte polární rozklad T , tj. najděte operátory $U, P \in \mathcal{L}(L^2(D))$ takové, že U je částečná izometrie, P je pozitivní a $T = UP$.