

1. (1 bod) Ve stavovém diagramu libovolného deterministického konečného automatu (hrana je určena dvojicí stavů a písmenem) vede z každého stavu:

☒ Právě tolik hran kolik je písmen v abecedě.

☐ Právě jedna hrana.

☒ Alespoň jedna hrana.

☐ Méně hran než kolik je stavů.

*Bod získáte pouze v případě, že označíte právě všechny správné možnosti.*

2. (1 bod) Formulujte iterační (pumping) lemma pro regulární jazyky.

3. (2 body) Navrhněte automat s co nejméně stavy, který přijímá jazyk

$$L = \{w : w \in \{0,1\}^* \text{ \& } w \text{ neobsahuje dvě jedničky bezprostředně za sebou}\}$$

1. (1 bod) Necht'  $A = (Q, \tilde{X}, \delta, q_0, F)$  je deterministický konečný automat přijímající neprázdný jazyk a stav  $p \in Q$  je ekvivalentní s  $q_0$ . Potom platí:

- ☐  $\forall w \in X^* : \delta^*(p, w) \in F$
- ☒  $\forall w \in L(A) : \delta^*(p, w) \in F$
- ☒  $\exists w \in X^* : \delta^*(p, w) \in F$
- ☒  $\exists w \in L(A) : \delta^*(p, w) \in F$

*Bod získáte pouze v případě, že označíte právě všechny správné možnosti.*

2. (1 bod) Formulujte Myhill-Nerodovu větu.

3. (2 body) Dokažte, zda je jazyk  $L = \{a^i b^j a^i : i, j \in \mathbb{N}_0\}$  regulární.

1. (1 bod) Necht'  $\sim^i$  je ekvivalence stavů konečného automatu po  $i$  krocích. Potom platí:

- ☐  $p \sim^i q \Rightarrow p \sim^{i+1} q$   
☒  $p \sim^{i+1} q \Rightarrow p \sim^i q$   
☐  $p \sim^i q \Rightarrow \forall x \in X : \delta(p, x) \sim^i \delta(q, x)$   
☒  $p \sim^{i+1} q \Rightarrow \forall x \in X : \delta(p, x) \sim^i \delta(q, x)$

2. (1 bod) Řekneme, že dva stavy  $p$  a  $q$  konečného automatu  $A = (Q, X, \delta, q_0, F)$  jsou ekvivalentní právě tehdy když:

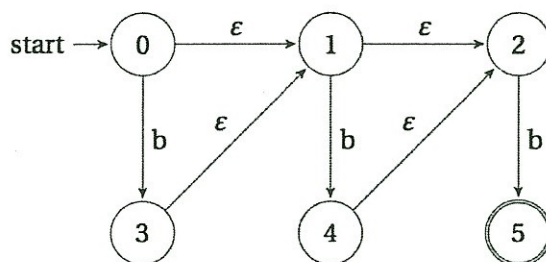
- ☐  $\forall x \in X^* : \delta^*(p, x) \in F \Leftrightarrow \delta^*(q, x) \in F$   
☐  $\forall x \in X^* : \delta^*(p, x) = \delta^*(q, x)$   
☒  $\forall x \in L(A) : \delta^*(p, x) \in F \Leftrightarrow \delta^*(q, x) \in F$   
☐  $\forall x \in L(A) : \delta^*(p, x) = \delta^*(q, x)$

3. (1 bod) Dokažte, zda je jazyk  $L = \{a^{3i} : i \in \mathbb{N}_0\}$  regulární.

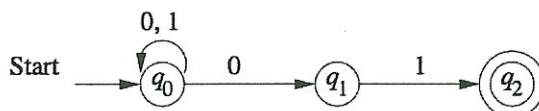
4. (2 body) Najděte všechny ekvivalentní stavy v následujícím konečném automatu popsaném tabulkou přechodové funkce:

	a	b
$\rightarrow 0$	1	2
1	0	3
2	4	1
3	0	1
* 4	2	2
5	4	3

1. (2 body) Vypište a neformálně definujte množinové a řetězcové operace uzavřené nad regulárními jazyky. Za každé dvě správné získáte půl bodu.
2. (1 bod) Z následujícího automatu odstraňte  $\epsilon$ -přechody a případné nadbytečné stavy.



3. (2 body) Převeďte následující nedeterministický konečný automat na minimální deterministický konečný automat.



1. (1 bod) Nedeterministický konečný automat má  $n$  stavů. Počet stavů po převodu na deterministický konečný automat nebude větší než:

- ☐  $n$  stavů
- ☒  $2^n$  stavů
- ☒  $n^n$  stavů
- ☐ Nelze říci

2. (1 bod) Jazyk  $\{aba, baa, ba\}/\{ba\}$  (pravý kvocient) obsahuje slova:

- ☒  $\lambda$
- ☒  $a$
- ☐  $aa$
- ☐  $aaa$

3. (2 body) Mějme jazyk  $L_n = \{w \mid w \in \{0,1\}^*, w = u1v, |v| = n-1\}$ .

Jaký je minimální počet stavů nedeterministického konečného automatu pro jazyk  $L_n$ ?

Jaký je minimální počet stavů nedeterministického konečného automatu pro jazyk  $(L_n)^R$ ?

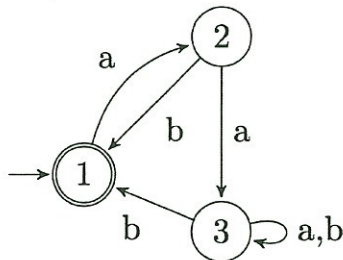
Bude se lišit pro deterministické konečné automaty? Jak?

1. (1 bod) Navrhněte regulární výraz reprezentující jazyk sestávající ze slov, která neobsahují podslovo  $aa$  nad abecedou  $\Sigma = \{a, b\}$ .

2. (2 body) Zkonstruuje konečný automat bez  $\lambda$ -přechodů přijímající jazyk reprezentovaný regulárním výrazem

$$(01^* + 101)^*0^*1$$

3. (2 body) Následující konečný automat převed'te na regulární výraz reprezentující stejný jazyk. Za řešení bez označení postupu převodu bude udělen nejvýše jeden bod.



1. (1.5 bodu) Mějme abecedu  $\Sigma = \{a, b\}$ . Reprezentují následující dvojice regulárních výrazů stejný jazyk? Zdůvodněte nebo uveďte protipříklad.
  - (a) (0.5 bodu)  $a^*$  a  $(aa)^* + a(aa)^*$
  - (b) (0.5 bodu)  $a^*b^*$  a  $(a + b)^*(ab)^*$
  - (c) (0.5 bodu)  $b(a^*b)^*a^*$  a  $b(a + b)^*$
2. (1.5 bodu) Formálně definujte Mooreův a Mealyho stroj. Krátce a neformálně popište jejich hlavní rozdíl.
3. (2 body) Popište Chomského hierarchii pro gramatiky včetně přípustných formátů přepisovacích pravidel pro každou úroveň hierarchie.

1. (1 bod) Regulární jazyky jsou generovány právě:

- ☒ Levě lineárními gramatikami
- ☒ Pravě lineárními gramatikami
- ☒ Gramatikami, které mají na pravé straně maximálně jeden neterminál
- ☐ Gramatikami, které mají na pravé straně maximálně jeden terminál

2. (1 bod) Navrhněte gramatiku, která generuje jazyk  $L = \{a^{3i} \mid i = 0, 1, 2, \dots\}$ .

---

3. (1 bod) Navrhněte bezkontextovou gramatiku, která generuje jazyk

$$L = \{x \in \{0, 1\}^* \mid \text{symboly na pozicích } i \text{ a } i+2 \text{ jsou stejné \& } |x| \geq 2\}.$$



1. (2 body) Pro každou úroveň Chomského hierarchie uveďte příklad jazyku, pro jehož rozpoznání je nutné použít alespoň daný typ gramatiky. Pro dvě nejvyšší úrovně navrhnete odpovídající automat nebo gramatiku.

2. (2 body) Mějme abecedu kulatých a hranatých závorek.

- (a) (1 bod) Navrhnete gramatiku, která generuje jazyk korektních uzávorkování – např.  $([] [] ([] ()))$ .
- (b) (1 bod) Pokud bychom zachovávali korektnost uzávorkování pro oba typy závorek nezávisle na sobě – např.  $[(])$ , spadala by odpovídající gramatika do stejné úrovně Chomského hierarchie? Zdůvodněte. Zkuste analogii k nějakému jazyku ze cvičení.

1. (4 body) Navrhněte zásobníkové automaty přijímající následující jazyky. U každého jazyku navrhněte jak verzi přijímání prázdným zásobníkem tak i koncovými stavy.

$$L_1 = \{u2v \mid u, v \in \{0, 1\}^* \text{ \& } |u| \neq |v|\}$$

$$L_2 = \{u2v \mid u, v \in \{0, 1\}^* \text{ \& } u \neq v\}$$